

1 - ZÁKLADNÍ POZNATKY

Následující základní znalosti je nezbytně nutné umět od okamžiku probrání až do konce studia matematiky na gymnáziu. Vyžadováno bude porozumění a schopnost aplikovat ne pouze mechanicky zopakovat.

Některé body neodpovídají přesně červeným rámečkům v textu poznámek, protože jde například o spojení nebo generalizaci několika míst, nic to však nemění na platnosti předchozího odstavce.

1.1 - (010105, 020506, 020507)

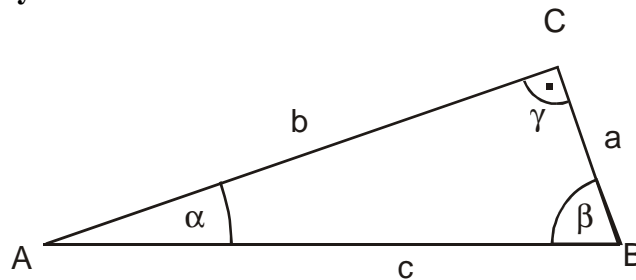
Kořeny kvadratické rovnice $ax^2 + bx + c = 0$ určíme pomocí vztahu $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$.

Rovnici $5 + x^2 - 3x - \sqrt{5}x^2 + \pi x - \sqrt{2} = 0$, přepíšeme $(1 - \sqrt{5})x^2 + (\pi - 3)x + (5 - \sqrt{2}) = 0$, a

určíme koeficienty: $a = 1 - \sqrt{5}$ a dosadíme: $x_{1,2} = \frac{-(\pi - 3) \pm \sqrt{(\pi - 3)^2 - 4(1 - \sqrt{5})(5 - \sqrt{2})}}{2(1 - \sqrt{5})}$
 $c = 5 - \sqrt{2}$

1.2 - (010107)

Přehled goniometrických funkcí:



$$\text{sinus: } \sin \alpha = \frac{\text{protilehlá}}{\text{přepona}} = \frac{a}{c}$$

$$\text{cosinus: } \cos \alpha = \frac{\text{přilehlá}}{\text{přepona}} = \frac{b}{c}$$

$$\text{tangens: } \text{tg } \alpha = \frac{\text{protilehlá}}{\text{přilehlá}} = \frac{a}{b}$$

$$\text{kotangens: } \text{cotg } \alpha = \frac{\text{přilehlá}}{\text{protilehlá}} = \frac{b}{a}$$

Nezáleží na písmenkách ale funkci stran zda jsou protilehlá odvěsna nebo přepona ne zda se značí a nebo c .

Ke každé goniometrické funkci existuje obrácená (správně inverzní) funkce, která z hodnoty poměru stran určuje velikost úhlu. Například pro sinus se jmenuje arcus sinu a na kalkulačkách se většinou značí \sin^{-1} .

1.3 - (010107)

Pro velikosti stran v pravouhlém trojúhelníku platí Pythagorova věta:

$$c^2 = a^2 + b^2 \text{ slovy } (\text{velikost přepony})^2 = (\text{velikost první odvěsny})^2 + (\text{velikost druhé odvěsny})^2$$

1.4 - (010201 - 010205)

Jméno oboru	Značka	Příklady	Co vyjadřují
Přirozená čísla	N	1; 2; 3; ...	Počty věcí, lidí...
Celá čísla	Z	N + -10; -2; 0; ...	počty a dluhy, nula byla přidána později
Racionální čísla	Q	$Z + -\frac{31}{7}; \frac{3}{2}; \frac{112}{51} \dots$	Všechna čísla, která jde zapsat zlomkem, vyjadřují i části věci,
Reálná čísla	R	$Q + \sqrt{2}; -\sqrt{15}; \sqrt[3]{4}; \pi; e$	Vzdálenosti, délky úseček....
Komplexní čísla	C	$R + 2 + i$	Jde jimi řešit i kvadratické rovnice se záporným diskriminantem

1.5 - (010205)

Každé reálné číslo je na číselné ose znázorněno právě jedním bodem.

Každý bod číselné osy je obrazem právě jednoho reálného čísla.

1.6 - (010206)

Druhá odmocnina z nezáporného reálného čísla a takové nezáporné číslo x pro které

platí: $x^2 = a$. Píšeme: $x = \sqrt{a}$

Vzorce pro upravování odmocnin:

$$\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$$

$$a\sqrt{b} = \sqrt{a^2 b}$$

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$$

$\sqrt{a+b} \rightarrow$ se nedá roztrhnout

1.7 - (010208, 020502)

Napíšu si to, jak chci

Pokud mám výraz nebo číslo v nevyhovujícím tvaru, mohu ho změnit tak, aby se nezměnil přičtením nuly nebo vynásobením jedničkou.

Přičtení nuly:

$$x^2 + 4x = x^2 + 2x \cdot 2 + 0 = x^2 + 2x \cdot 2 + (4 - 4) = x^2 + 2x \cdot 2 + 4 - 4 = (x^2 + 2x \cdot 2 + 4) - 4 = (x + 2)^2 - 4$$

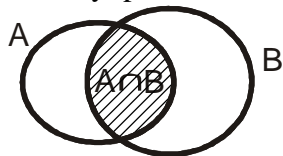
Vynásobení jedničkou:

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot 1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{4}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

1.8 - (010303, 010402)

Průnik (\cap) a **souvětí se spojkou „a“** (\wedge)

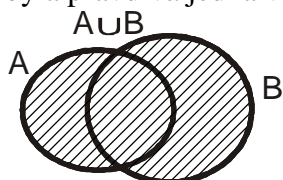
Průnik množin A, B (zapisujeme $A \cap B$) je množina všech prvků, které patří zároveň do množiny A i do množiny B . (Složený výrok „patří do množiny $A \wedge$ patří do množiny B “ = musí být pravdivé obě věty, aby to byla pravda)



1.9 - (010303, 010402)

Sjednocení (\cup) a **souvětí se spojkou „nebo“** (\vee)

Sjednocení množin A, B (zapisujeme $A \cup B$) je množina všech prvků, které patří alespoň do jedné z množin A, B . (Složený výrok „patří do množiny $A \vee$ patří do množiny B “ = stačí aby byla pravdivá jedna věta, aby to byla pravda)



1.10 - (010307)

Interval $(a; b)$

Je množina všech reálných čísel, která jsou větší než a a menší nebo rovna b .



1.11 - (010601)

Mocnina $a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n\text{-krát}}$,

proto $a^r \cdot a^s = a^{r+s}$, $\frac{a^r}{a^s} = a^{r-s}$, $(a^r)^s = a^{rs}$.

1.12 - (010704 - 010705)

Výpočty s mnohočleny

Sčítám stejné mocniny dohromady: $(x^2 + 2x - 4) + (3x^2 - 5x + 3) = 4x^2 - 3x - 1$

Odčítání = přičítání opačného:

$(x^2 + 2x - 4) - (3x^2 - 5x + 3) = x^2 + 2x - 4 - 3x^2 + 5x - 3 = -2x^2 + 7x - 7$

Násobím každý člen s každým:

$$(x^2 + 2x - 4)(3x - 5) = x^2 \cdot 3x + x^2(-5) + 2x \cdot 3x + 2x \cdot (-5) + (-4) \cdot 3x + (-4) \cdot (-5) = 3x^3 + x^2 - 22x + 20$$

1.13 - (010306)

Vzorce na umocňování mnohočlenů

$$(A + B)^2 = (A + B) \cdot (A + B) = A^2 + 2AB + B^2$$

například: $(2x + 4)^2 = (2x)^2 + 2 \cdot 2x \cdot 4 + 4^2 = 4x^2 + 16x + 16$

$$(A - B)^2 = (A - B) \cdot (A - B) = A^2 - 2AB + B^2$$

například: $(2x - 4)^2 = (2x)^2 - 2 \cdot 2x \cdot 4 + 4^2 = 4x^2 - 16x + 16$

1.14 - (010801 - 010805)

Lomené výrazy se sčítají, odčítají, rozšiřují, krátí, násobí i dělí stejně jako obyčejné zlomky.

1.15 - (010901 - 010903)

Vyjádření neznámé ze vzorce

Vzorce mají tvar matematické rovnice \Rightarrow abychom zachovali rovnost obou stran rovnice, každou úpravu, kterou provedeme s jednou stranou rovnice, musíme provést i s druhou stranou.